

PLANIFICAÇÃO ANUAL DE MATEMÁTICA A

ANO LETIVO 2026-2027

12.º ANO

	TEMAS	N.º DE TEMPOS DE 50 MINUTOS	
		POR TÓPICO	POR PERÍODO
Período de Planificação 21 de setembro 2026 a 4 de junho de 2027	▪ OUTRAS ATIVIDADES	18	1º Período (18+21+27) 66
	▪ FUNÇÕES I ○ FUNÇÃO INVERSA ○ FUNÇÃO COMPOSTA ○ FUNÇÃO EXPONENCIAL ○ FUNÇÃO LOGARÍTMICA	21	
	▪ FUNÇÕES II ○ DERIVADAS ○ FUNÇÕES CONTÍNUAS E DERIVÁVEIS	27	
	▪ OUTRAS ATIVIDADES	15	2º Período (15+18+27) 60
	▪ FUNÇÕES II ○ FUNÇÕES CONTÍNUAS E DERIVÁVEIS ○ RESOLUÇÃO APROXIMADA DE EQUAÇÕES	18	
	▪ PROBABILIDADE ○ FENÓMENO ALEATÓRIO ○ PROBABILIDADE ○ PROBABILIDADE CONDICIONADA ○ MODELOS DE PROBABILIDADE EM ESPAÇOS FINITOS ○ MODELO NORMAL	27	
	▪ OUTRAS ATIVIDADES	13	3º Período (13+12+22+6) 53
	▪ TEMA OPCIONAL ○ PRIMITIVAS IMEDIATAS E INTEGRAIS DEFINIDOS	12	
	▪ NÚMEROS COMPLEXOS ○ NÚMEROS COMPLEXOS NA FORMA ALGÉBRICA ○ NÚMEROS COMPLEXOS NA FORMA TRIGONOMÉTRICA	22	
	▪ REVISÕES DE PREPARAÇÃO PARA EXAME	6	
TOTAL			179

Outras Atividades	N.º de tempos Letivos (de 50 minutos)			TOTAL
	1.ºP	2.ºP	3.ºP	
Apresentação. Avaliação diagnóstica.	3	0	0	3
Momentos de avaliação	5	5	4	14
Recuperação e consolidação de aprendizagens	9	9	8	26
Auto e heteroavaliação	1	1	1	3
TOTAL	18	15	13	46

PLANIFICAÇÃO DE MATEMÁTICA A

ANO LETIVO 2026 - 2027

12.º ANO

1º Período

TEMA: Funções I				
Áreas de Competência do Perfil dos Alunos	Tópicos do tema Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (conhecimentos)	ESTRATÉGIAS	TEMPOS (50 min)
Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)	Função inversa	- Conhecer as raízes de índice natural, nomeadamente, a radiciação de índice natural como inversa da potenciação de expoente natural. - Identificar funções invertíveis e não invertíveis, nomeadamente recorrendo aos gráficos das funções e ao «teste da reta horizontal» e à sua formulação algébrica, em casos simples. - Estabelecer as relações entre o domínio e o contradomínio de funções inversas, bem como a simetria das respetivas representações gráficas, relativamente à bisetriz dos quadrantes ímpares.	- Retomar o conceito de raízes quadradas e cúbicas desenvolvido no Ensino Básico. - Mencionar a relação entre as potências de expoente fracionário e as raízes de índice natural: $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$, $a > 0$, $q \in \mathbb{N}$ e $p \in \mathbb{Z}$. - Estudar a função quadrática como exemplo de função não invertível no seu domínio. - Propor a formulação algébrica do «teste da reta horizontal» para identificar funções inversas, ou restrições do domínio onde a função é invertível. - Promover a utilização da tecnologia para estudar funções invertíveis e comparar gráficos de funções com os das suas inversas. Por exemplo, determinar a imagem pela reflexão em relação à reta $y=x$ de funções diversas (polinomiais, racionais e exponenciais), em casos simples, e encontrar a expressão algébrica das funções obtidas, caso existam.	4
Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)				2
Analisa criticamente as conclusões a que	Função composta			2

chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)	Função exponencial	• Conhecer e aplicar a função composta, em casos simples, analisando o seu domínio.	• Recorrer a exemplos simples para estudar casos de funções compostas em que se evidencie eventuais alterações aos seus domínios.	8
Desenvolve ideias e projetos criativos com sentido no contexto a que dizem respeito, e testa e decide sobre a sua exequibilidade (D)		• Identificar função exponencial, como função do tipo $f(x)=a^x$, $a \in \mathbb{R}^+$ que verifica as propriedades: $a^0=1$, $1^x=1$, $a^x \cdot a^y=a^{x+y}$, $a^x \cdot b^x=(ab)^x$, $a^{-x} = \frac{1}{a^x}$, $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$, $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$, $a, b \in \mathbb{R}^+$, $x, y \in \mathbb{R}$. • Identificar, em funções do tipo $f(x) = b \cdot a^{x-c} + d$, $a \in \mathbb{R}^+$, $c, d \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, domínio, contradomínio, coordenadas dos pontos de interseção com os eixos coordenados, monotonia e comportamento quando x tende para mais infinito e menos infinito. • Resolver, graficamente, equações envolvendo funções exponenciais em contexto de resolução de problemas.	• Retomar o estudo das regras operatórias das potências feito no Ensino Básico. • Apresentar a função exponencial num contexto de resolução de problemas de crescimento e decrescimento exponencial, como por exemplo o crescimento de bactérias, o arrefecimento de um café e o decaimento radioativo. • Promover a resolução gráfica de equações envolvendo funções exponenciais. • Propor a resolução de problemas de modelação que envolvam a função exponencial, como por exemplo o cálculo da taxa de juro anual nominal, ou que envolvam a função logística, por exemplo o crescimento de uma população limitado pela capacidade de carga do meio.	
Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)	Função logarítmica	• Identificar a função logarítmica como a inversa da função exponencial com a mesma base. • Estudar intuitivamente, com recurso à tecnologia, o comportamento de funções com logaritmos. • Conhecer e aplicar as propriedades e regras operatórias dos logaritmos, em casos	• Promover a exploração de modelos exponenciais e conduzir os alunos na identificação da relação inversa. • Promover a utilização das propriedades e regras operatórias dos logaritmos, incluindo a fórmula da mudança de base. • Referir as escalas logarítmicas na medição de certas grandezas, como por exemplo o pH de uma solução, a magnitude do som em decibéis, ou a escala logarítmica usada na medição da acuidade visual.	7
Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos				

técnicos e científicos (I)		simples, e em contexto de resolução de problemas e de modelação. Resolver equações, envolvendo funções exponenciais e funções logarítmicas, em contexto de resolução de problemas, tanto analítica como graficamente.	Promover a resolução de problemas e a modelação, com tecnologia ou analiticamente, que envolvam a função exponencial e a função logarítmica.	
----------------------------	--	--	--	--

TEMA: Funções II				
Áreas de Competência do Perfil dos Alunos	Tópicos do tema Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (conhecimentos)	ESTRATÉGIAS	TEMPOS (50 min)
Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento	Derivadas	Identificar o número e (número de Euler) como a única base da função exponencial em que o seu gráfico coincide com o gráfico da respetiva função derivada.	Promover a utilização da tecnologia para representar funções da família $f(x) = a^x$, $a \in [2,3]$ e respetivas derivadas (calculadas usando funções específicas da tecnologia para derivadas ou tangentes ao gráfico) e verificar que só existe um valor de a para o qual a função e a sua derivada coincidem.	2
	Derivada da função exponencial de base e	Conhecer a derivada da função $f(x) = e^x$.	Fazer referência ao trabalho pioneiro de Euler, o primeiro a estudar de forma sistemática o número e, que provou ser irracional.	2
	Derivada da função logarítmica de base e	- Identificar $g(x) = \ln x$ como a função inversa de $f(x) = e^x$. - Saber relacionar geometricamente a derivada da função logarítmica com a derivada da função exponencial, tendo por base a simetria das retas tangentes aos gráficos em pontos simétricos, relativamente à bissetriz dos quadrantes ímpares. - Conhecer a derivada da função $g(x) = \ln x$.	- Ilustrar a determinação da derivada de $g(x) = \ln x$, através da construção seguinte, usando tecnologia gráfica: - Construir a representação gráfica de $f(x) = e^x$ e, por meio de uma simetria relativa à bissetriz dos quadrantes ímpares, obter o gráfico da função $g(x) = \ln x$; - Marcar um ponto de coordenadas $(x, g(x))$ e o seu simétrico relativamente à reta $y=x$; - Traçar a reta tangente ao gráfico de g em $(x, g(x))$ e, por simetria, traçar a tangente ao gráfico de f em $(g(x), x)$;	4

do sistema em estudo (C) Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação das suas opiniões (D) Compreende processos e fenómenos científicos que permitam a tomada de decisão (I) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)	Regras de derivação Problemas de otimização Segunda derivada Concavidades e pontos de inflexão Funções contínuas e deriváveis Continuidade	- Conhecer o teorema da derivada da função composta (Regra da Cadeia). - Conhecer as regras de derivação para funções do tipo: $f(x) = a^x$ (com a real e $x > 0$); $f(x) = a^x$ (com $a > 0$ e $a \neq 1$); $f(x) = \log_a x$ (com $a > 0, a \neq 1$ e $x > 0$); $f(x) = \sin(x), f(x) = \cos(x)$ e $f(x) = \tan(x)$ - Determinar derivadas envolvendo operações com as funções estudadas anteriormente, em casos simples. - Resolver problemas de otimização tendo por base funções deriváveis. - Determinar a segunda derivada de funções polinomiais, racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. - Relacionar o sinal e os zeros da segunda derivada com o sentido das concavidades e pontos de inflexão do gráfico de uma função.	4. Verificar que o produto dos declives das retas tangentes é igual a 1, qualquer que seja x; 5. Observar que o declive da tangente ao gráfico de f em $(g(x), x)$ é x, porque $(e^x)' = e^x$; 6. Concluir que o declive da tangente ao gráfico de g em $(x, g(x))$ é $\frac{1}{x}$, ou seja $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ - Dar a conhecer e promover a utilização das regras de derivação, sem demonstrar, das funções $f(x) = x^a, f(x) = a^x, f(x) = \log_a x$ e de funções trigonométricas. - Promover a aplicação do teorema da derivada da função composta, generalizando as fórmulas de derivação conhecidas. - Promover a resolução de problemas de otimização envolvendo funções deriváveis já estudadas, num contexto de modelação matemática. - Propor o cálculo da segunda derivada de funções. - Só estão incluídas nestas Aprendizagens Essenciais situações de cálculo algébrico da segunda derivada de funções cujo grau de dificuldade não ultrapasse o dos seguintes exemplos: $f(x) = x^4 - 4x^3 + 7, g(x) = x^2 \ln x$ e $h(x) = \frac{e^x}{x}$ - Promover o estudo de funções, incluindo o sentido das concavidades e os pontos de inflexão em intervalos onde as funções têm segunda derivada. - Nos problemas de otimização e no cálculo de pontos de inflexão do gráfico de uma função é proposto que o trabalho com os alunos se restrinja a funções polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas e operações entre estas. - Alertar para a existência de outras funções contínuas não contempladas na lista anterior.	7 6 6
--	---	---	---	----------------------------

		• Reconhecer uma função contínua num ponto do seu domínio como uma função que admite limite nesse ponto igual à sua imagem. • Identificar se uma função é contínua num intervalo aberto, em casos simples, tendo como apoio o conhecimento de uma lista de funções contínuas e respetivas operações.	• Alertar para a existência de funções descontínuas num intervalo aberto. Analisar alguns modelos de funções descontínuas como por exemplo: tarifários de estacionamento, escalões do IRS, a força exercida pelo propulsor de um foguete após o seu lançamento. • Informar os alunos das propriedades operatórias dos limites (adição, subtração, multiplicação e divisão). • Promover o estudo de indeterminações para comparar magnitudes de funções quando a variável independente se aproxima de um ponto específico ou do infinito.	
--	--	--	--	--

2º Período

TEMA: Funções II				
Áreas de Competência do Perfil dos Alunos	Tópicos do tema Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (conhecimentos)	ESTRATÉGIAS	TEMPOS (50 min)
Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Usa modelos para explicar um determinado sistema, para estudar os efeitos das variáveis e para fazer previsões do comportamento do sistema em estudo (C) Usa critérios para apreciar ideias, processos ou produtos, construindo argumentos para a fundamentação	Funções contínuas e deriváveis Regra de L'Hôpital	Estudar o limite de funções que conduzem a indeterminações do tipo $\frac{0}{0}$ e $\frac{\infty}{\infty}$ aplicando a Regra de L'Hôpital, usando limites notáveis ou técnicas de cálculo simples.	- Alertar os alunos para as condições em que não é possível aplicar a Regra de L'Hôpital e para os casos em que não é aconselhável o seu uso. - Propor a construção de uma tabela de limites notáveis, recorrendo à regra de L'Hôpital, nomeadamente: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1;$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_a x}{x^p} = 0 \quad (a > 1 \text{ e } p \in \mathbb{N})$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a^x}{x^p} = +\infty \quad (a > 1 \text{ e } p \in \mathbb{N})$	3
	Assíntotas	Determinar analiticamente as equações das assíntotas, verticais e não verticais, ao gráfico de uma função.	- Propor aos alunos a determinação das assíntotas verticais e não verticais ao gráfico de uma função. - Só estão incluídas nestas Aprendizagens Essenciais situações de cálculo algébrico das equações das assíntotas do gráfico de funções cujo grau de dificuldade não ultrapasse o dos seguintes exemplos: $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2+1}, \quad g(x) = \frac{e^x}{x+1} \text{ e } h(x) = x + \ln x$	4

das suas opiniões (D) Compreende processos e fenómenos científicos que permitam a tomada de decisão (I) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)	Estudo de funções	• Resolver problemas, envolvendo o estudo de funções, complementando o uso da tecnologia com o estudo analítico.	• Incentivar o estudo das funções, combinando as ferramentas analíticas com a tecnologia gráfica, identificando na representação gráfica obtida as características resultantes de processos analíticos. • Proporcionar oportunidades para compreender que as representações gráficas apresentadas pela tecnologia podem, por vezes, não corresponder com rigor ao gráfico da função em estudo. • No estudo de funções, nestas Aprendizagens Essenciais, só está incluído o trabalho com funções polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas e operações entre estas. • Considerar o teorema dos valores intermédios para funções contínuas em intervalos abertos que contenham o intervalo fechado onde se estudam os valores intermédios. • Apresentar como objetivo a resolução por métodos aproximados de qualquer equação, tendo em conta que existem muitas situações em que não é possível obter uma solução expressa em termos das funções já estudadas. • Promover o uso sistemático da tecnologia na aplicação dos diferentes métodos considerados para a obtenção aproximada de soluções de equações. • Propor a elaboração de programas em <i>Python</i> para implementar os métodos de Newton-Raphson e da Bisseção. Ilustrar a partir de um exemplo concreto a interpretação geométrica do método de Newton-Raphson.	3 8
	Resolução aproximada de equações	• Conhecer o teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy). • Conhecer e aplicar o método da Bisseção. Conhecer e aplicar o método de Newton-Raphson.		

TEMA: Probabilidade

Áreas de Competência do Perfil dos Alunos	Tópicos do tema Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (conhecimentos)	ESTRATÉGIAS	TEMPOS (50 min)
Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B) Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)	Fenómeno aleatório Experiência aleatória Espaço de resultados ou espaço amostral Modelo de probabilidade Acontecimentos	- Distinguir entre fenómeno aleatório e não aleatório (determinístico). - Compreender que as realizações individuais de um fenómeno aleatório são incertas, mas existe um padrão genérico de comportamento, recorrendo-se à Teoria da Probabilidade para construir modelos matemáticos que descrevam a regularidade estatística observada numa longa série de repetições do fenómeno. - Compreender que: - À realização de um fenómeno aleatório se dá o nome de experiência aleatória; - Ao conjunto S de resultados possíveis se dá o nome de espaço de resultados ou espaço amostral; - Um acontecimento é um subconjunto do espaço de resultados e que a estes resultados se dá o nome de «resultados favoráveis» à realização do acontecimento; - A descrição do fenómeno aleatório é feita através de um modelo de probabilidade, constituído pelos resultados possíveis e a probabilidade atribuída a cada resultado. - Relembrar os conceitos: acontecimento certo, impossível, elementar e composto; acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos; acontecimentos contrários ou complementares; união e interseção de acontecimentos. - Compreender que a característica do fenómeno aleatório permite definir, intuitivamente, a	- Recorrer a situações em contextos variados, para sensibilizar os alunos para a existência destes fenómenos, nomeadamente através de exemplos de fenómenos físicos, com leis determinísticas (movimento de um carro; queda de uma maçã do alto de uma torre) e de exemplos de fenómenos que se podem considerar aleatórios pela dificuldade em arranjar uma lei física para os descrever (número de irmãos de um aluno da escola, escolhido ao acaso; face do dado que fica virada para cima quando se lança; temperatura máxima a observar numa data futura). - Salientar que os modelos de probabilidade são modelos matemáticos que descrevem os fenómenos aleatórios. - Realçar que para construir um modelo de probabilidade tem de se recorrer a um processo que permita atribuir probabilidades aos acontecimentos elementares. - Iniciar o estudo deste tema com modelos de probabilidade simples, com espaços de resultados finitos, nomeadamente os que descrevem os chamados «jogos de sorte e azar». Por exemplo, intuitivamente, espera-se que ao fim de muitas repetições do lançamento do dado, cada uma das faces saia aproximadamente 16,6(6)% das vezes. Alguns acontecimentos, associados com esta experiência, são: «sair uma face com um n.º de pintas par», «sair uma face com um n.º de pintas maior ou igual a 5», «sair uma face com um n.º de pintas maior que 6», etc.	6

Desenvolve ideias e projetos criativos com sentido no contexto a que dizem respeito, e testa e decide sobre a sua exequibilidade (D)	União e interseção de acontecimentos	probabilidade de um acontecimento A, representada por $P(A)$, como sendo o valor para o qual estabiliza a frequência relativa da realização de A, num grande número de repetições da experiência aleatória, nas mesmas condições, ou seja, $P(A)$ é o valor em que estabiliza $\frac{n_A}{n}$, onde n_A representa o número de vezes que se realizou A em n repetições da experiência aleatória.	Sugerir a elaboração de um programa em <i>Python</i> para simular o lançamento de um dado numerado com n faces (4, 6, 8, 12, 20).	
Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)	Probabilidade frequencista	- Reconhecer que as probabilidades associadas aos acontecimentos elementares têm de ser números entre 0 e 1 e que a soma total deve ser 1. - Reconhecer que a probabilidade de um acontecimento é igual à soma das probabilidades dos acontecimentos elementares constituídos pelos resultados que o compõem.	- Propor a resolução de problemas que envolvam o cálculo de probabilidades recorrendo à regra de Laplace, evitando o uso excessivo de cálculo combinatório. - Realçar que, uma vez definido o modelo de probabilidade, se pode calcular a probabilidade de qualquer acontecimento associado ao fenómeno em estudo.	
Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)	Regras da probabilidade	Utilizar a representação dos acontecimentos em diagramas de Venn, para mostrar que, dados dois acontecimentos A e B quaisquer, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.	Alertar os alunos para o facto de que na vida real as situações mais frequentes são aquelas em que não é possível recorrer à regra de Laplace para calcular a probabilidade de acontecimentos, por exemplo: o tipo sanguíneo de uma pessoa escolhida ao acaso, de entre a população portuguesa, ou a eficácia de uma vacina.	3
	Probabilidade da união de acontecimentos	Reconhecer que se admite que os acontecimentos elementares são equiprováveis quando não haja à partida razão para admitir que os resultados do espaço de resultados não tenham igual possibilidade de se verificarem.	Conduzir os alunos a reconhecerem que em muitas situações em que se pretende calcular a probabilidade de um acontecimento, já se dispõe de alguma informação sobre o resultado da experiência, a qual permite atualizar a atribuição de probabilidade a esse acontecimento.	
	Regra de Laplace	Compreender que quando se puder admitir que os acontecimentos elementares são equiprováveis, se pode utilizar a regra de Laplace para determinar a probabilidade de um acontecimento A, com o seguinte enunciado: $P(A) = \frac{\text{Número de resultados favoráveis a } A}{\text{Número de resultados possíveis}}.$	- Exemplificar com situações intuitivas, como a extração de bolas, de vários tipos, de uma caixa sucessivamente, sem reposição, em que a composição da caixa se altera, implicando que a probabilidade de se retirar uma bola depende dos tipos de bolas que saíram nas extrações anteriores - Pedir aos alunos que calculem a probabilidade de ocorrência de cadeias simples de acontecimentos, utilizando árvores de probabilidade, como forma de organização da informação disponível.	4

	Probabilidade condicionada Definição	Saber que a probabilidade de um acontecimento A se realizar, condicionada ou sabendo que o acontecimento B se realizou, com $P(B)>0$, se representa por $P(A B)$ e se calcula de acordo com a seguinte fórmula: $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$		
	Regra do produto	- Reconhecer que a partir da definição de probabilidade condicionada se pode definir a probabilidade simultânea de dois acontecimentos, chamada regra do produto, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B A)$ ou $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A B)$ conforme seja A ou B o acontecimento que está a condicionar. - Reconhecer a utilidade de árvores de probabilidade para organizar a informação disponível sobre os acontecimentos em cadeia. - Reconhecer a utilidade das tabelas de contingência para calcular a probabilidade condicionada.	Salientar que uma das situações mais simples para compreender intuitivamente o conceito de independência de acontecimentos está ligada à situação do lançamento de uma moeda. A moeda «não tem memória» e a probabilidade de sair «face nacional» no próximo lançamento não depende do que saiu nos lançamentos anteriores. Porém, no acontecimento «selecionar o nome de dois alunos do sexo masculino» de uma turma com 14 rapazes e 16 raparigas, a probabilidade de selecionar o segundo rapaz, depende da escolha do primeiro aluno (seleção sem reposição).	4
	Árvore de probabilidade	Identificar que os acontecimentos A e B, com $P(A)>0$ e $P(B)>0$, são independentes quando a ocorrência de um deles não altera a probabilidade da ocorrência do outro, ou seja, $P(A B)=P(A)$ (A independente de B) ou $P(B A)=P(B)$ (B independente de A).		
	Tabelas de contingência	Reconhecer que outra definição de independência consiste em dizer que os acontecimentos A e B são independentes se e só se $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. As duas definições de independência são equivalentes desde que se exija que $P(A)>0$ e $P(B)>0$.		
	Acontecimentos independentes		Promover a resolução de problemas em que se obtenha a probabilidade de um certo acontecimento B, quando são conhecidas as probabilidades de B condicionadas aos acontecimentos $(A_1, A_2, \dots, A_n)$, mutuamente exclusivos em que a sua união é igual ao espaço de resultados e são conhecidas as suas probabilidades, não nulas, utilizando: $P(B) = P(B A_1) \cdot P(A_1) + \dots + P(B A_n) \cdot P(A_n)$	4

	Modelos de probabilidade em espaços finitos Variáveis aleatórias (discretas) Função massa de probabilidade Valor médio e desvio-padrão populacional	• Reconhecer que se podem associar números aos resultados de um fenómeno aleatório, através de uma função denominada variável aleatória (v.a.) e que construir um modelo de probabilidade para modelar um fenómeno aleatório, com espaço de resultados finito, é equivalente a construir a função massa de probabilidade (f.m.p.) da variável aleatória associada. • Identificar a população com a variável aleatória associada e reconhecer que construir a f.m.p. é obter um modelo para a população. • Reconhecer que a f.m.p. permite calcular a probabilidade de acontecimentos, relacionados com a realização do fenómeno modelado. • Reconhecer que dois dos parâmetros, características numéricas da população, mais importantes são o valor médio (média populacional) e o desvio-padrão populacional, e saber que estes parâmetros se representam pelas letras gregas μ (miu) e σ (sigma), respetivamente. • Compreender o paralelismo entre valor médio μ e a média $\bar{x}$ e também, de modo idêntico, para o desvio-padrão populacional σ e desvio-padrão (amostral) s, e outras medidas calculadas para a população e para a amostra. • Calcular o valor médio e o desvio-padrão populacional de uma variável aleatória de suporte finito, a partir da f.m.p. • Reconhecer o modelo ou distribuição Normal, de suporte contínuo, como um dos modelos de probabilidade mais importantes para a modelação de fenómenos aleatórios.	• Exemplificar e orientar os alunos na construção de modelos de probabilidade simples, nomeadamente o que descreve o resultado do lançamento de um dado equilibrado, em que se define a variável aleatória X, que associa a cada face do dado, o seu número de pintas. • Destacar a situação do lançamento de dois dados em que se pretende modelar o fenómeno aleatório que consiste em observar a soma das pintas dos dois dados e chamar a atenção para que embora o número de resultados possíveis seja igual a 11, a probabilidade de cada um não é $\frac{1}{11}$. • Propor o cálculo do valor médio e do desvio-padrão, recorrendo à f.m.p. em exemplos como o do lançamento do dado e de outros modelos, como seja, a extração de bolas de um saco com e sem reposição. • Salientar que a fórmula utilizada para calcular o valor médio é semelhante à fórmula utilizada para calcular a média com os dados discretos agrupados em tabelas de frequências relativas, destacando a interpretação frequencista da probabilidade, em que as frequências relativas são interpretadas como probabilidades. • Orientar na interpretação do valor médio, utilizando exemplos associados a jogos. • Salientar que é necessário alargar o conceito de modelo de probabilidade a situações onde o espaço amostral não seja finito, como por exemplo, o «n.º de carros que passam numa	3 3
--	--	--	--	-------------------

	Propriedades	• Identificar que as curvas que representam esta família de modelos são simétricas, com o aspeto de um sino, e que cada distribuição Normal fica definida através dos parâmetros valor médio μ e desvio padrão σ. • Saber que o valor médio determina o eixo de simetria da distribuição e que a distância entre o valor médio e as abcissas dos pontos de mudança de curvatura é igual ao desvio-padrão. • Calcular probabilidades com base nesta família de modelos.	determinada portagem das 8h às 9h», em que se considera como suporte do modelo os números naturais, ou o comprimento do salto de um atleta, em que o suporte da variável comprimento é $\mathbb{R}^+$. • Destacar que o modelo Normal é, dos modelos contínuos, o mais conhecido para estudar variáveis aleatórias de suporte contínuo, como, por exemplo, a «altura» ou o «peso» de um indivíduo adulto. • Salientar que vários cientistas, ao trabalharem com dados, obtinham histogramas cuja população poderia ser modelada por um modelo Normal. Este modelo é a base de muitos dos processos de inferência estatística clássica. • Salientar a curva em forma de «sino» como representativa do modelo Normal, bem como o significado nessa curva dos valores da probabilidade associados a intervalos. • Utilizar a tecnologia para calcular probabilidades, com base no modelo Normal, associadas a quaisquer intervalos.	
--	--------------	---	--	--

3º Período

TEMA: Primitivas imediatas e Integrais definidos				
Áreas de Competência do Perfil dos Alunos	Tópicos do tema Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (conhecimentos)	ESTRATÉGIAS	TEMPOS (50 min)
Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A) Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B) Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)	Primitivas imediatas e Integrais definidos	Conhecer o processo de primitivação (antiderivação) como processo inverso da derivação.	Promover o cálculo de primitivas (antiderivadas) tendo por base o conhecimento das derivadas de funções elementares já estudadas.	1
	Áreas de figuras definidas por gráficos de funções	Reconhecer o integral definido de uma função positiva como a área de uma região compreendida entre o gráfico da função num intervalo e o eixo das abcissas.	Discutir a relação entre o valor da área abaixo do gráfico de uma função contínua e positiva e a sua primitiva, para introduzir o Teorema Fundamental do Cálculo Integral.	3
	Teorema Fundamental do Cálculo Integral	Conhecer e aplicar o Teorema Fundamental do Cálculo Integral e a Fórmula de Barrow para calcular integrais definidos.	Propor a determinação de áreas limitadas por gráficos de funções contínuas e positivas nos casos em que se conhece a primitiva.	5
	Propriedades das primitivas	- Calcular áreas de figuras definidas por funções contínuas e positivas usando a Fórmula de Barrow. - Provar e aplicar as seguintes propriedades das primitivas (antiderivadas): $P(kf) = kP(f)$ $P(f + g) = P(f) + P(g)$ generalizadas aos integrais. - Construir uma tabela de primitivas simples, envolvendo funções polinomiais, $\frac{1}{x}$, e^x, $\sin(x)$ e $\cos(x)$.	- Propor a elaboração de um programa em <i>Python</i> para aproximar o valor de um integral. - Conduzir os alunos à formulação das propriedades das primitivas (antiderivadas) tendo por base o conhecimento das propriedades das derivadas. - Propor a construção de uma tabela de primitivas a partir da definição de primitiva, como por exemplo a seguinte:	3

Desenvolve ideias e projetos criativos com sentido no contexto a que dizem respeito, e testa e decide sobre a sua exequibilidade (D)

Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E)

Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)

Usar exclusivamente primitivas de combinações lineares das funções da tabela referida anteriormente.

Função	Primitiva
k	$kx + C$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$
e^x	$e^x + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$\sin(x) + C$

TEMA: Números complexos

Áreas de Competência do Perfil dos Alunos	Tópicos do tema Subtópicos	OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (conhecimentos)	ESTRATÉGIAS	TEMPOS (50 min)
Compreende, interpreta e comunica utilizando linguagem matemática (A)	Números complexos na forma algébrica	Contextualizar historicamente a origem dos números complexos.	Estimular a pesquisa na internet sobre a evolução do conceito de número, desde os números naturais até à formalização dos números complexos.	2
Recorre à informação disponível em fontes documentais físicas e digitais, avalia, valida e organiza a informação recolhida (B)	Unidade imaginária	Identificar a unidade imaginária e o conjunto $\mathbb{C}$ dos números complexos.	Sugerir a adaptação do programa efetuado em <i>Python</i> para a resolução de equações do 2.º grau, incorporando números complexos.	8
	Forma algébrica	Resolver equações do 2.º grau, de coeficientes reais, quando não existem raízes reais.	Chamar a atenção de que o conjunto dos números reais é um subconjunto do conjunto dos números complexos.	
	Conjugado e módulo de um número complexo	Representar números complexos na forma algébrica, identificando parte real, parte imaginária, módulo e conjugado, bem como números imaginários puros em $\mathbb{C}$.	Salientar que este conjunto permite obter soluções para equações do 2.º grau que são impossíveis em $\mathbb{R}$, sendo que não é possível definir relações de ordem entre dois complexos.	
	Igualdade de complexos	Estabelecer a igualdade de números complexos na forma algébrica.	Conduzir o aluno a verificar que existem equações do 3.º grau (de coeficientes reais) que têm uma, duas ou três soluções em $\mathbb{C}$, sendo que pelo menos uma delas é sempre real e as outras duas se complexas são conjugadas.	
Analisa criticamente as conclusões a que chega, reformulando, se necessário, as estratégias adotadas (C)	Operações elementares com números complexos na forma algébrica	Efetuar operações elementares com números complexos na forma algébrica (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).	Salientar que dois complexos são iguais se coincidem, respetivamente, nas suas partes reais e imaginárias.	
	Representação de complexos no	Representar números complexos no plano de Argand-Gauss e identificar números complexos a partir das suas imagens geométricas.	Realçar que nas operações elementares entre números complexos se mantém a generalidade das propriedades das operações definidas em $\mathbb{R}$.	2

Desenvolve ideias e projetos criativos com sentido no contexto a que dizem respeito, e testa e decide sobre a sua exequibilidade (D) Trabalha em equipa e aprende a considerar diversas perspetivas e a construir consensos (E) Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos (I)	plano de Argand- - Gauss Números complexos na forma trigonométrica Forma trigonométrica	• Representar números complexos na forma trigonométrica. • Estabelecer a igualdade de dois números complexos na forma trigonométrica, bem como comparar números complexos cujas imagens geométricas estão em posições simétricas em relação ao eixo real, ao eixo imaginário ou à origem. • Efetuar operações com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação). • Resolver equações simples em $\mathbb{C}$. Caracterizar domínios planos através de condições na variável complexa e vice-versa.	• Sugerir a construção geométrica dos pontos correspondentes à soma e ao produto de dois números complexos, utilizando ferramentas tecnológicas. • Salientar que um número complexo na forma trigonométrica pode ser representado por $\rho \cdot e^{i\theta}$, em que $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$, ρ é o módulo ($\rho > 0$) e θ o argumento do complexo (argumento principal se $\theta \in]-\pi, \pi]$, ou argumento não negativo mínimo se $\theta \in [0, 2\pi[$). • Realçar a equação de Euler, $e^{i\pi} + 1 = 0$, por envolver os cinco símbolos mais importantes da matemática ($1, 0, \pi, e, i$). • Levar os alunos a verificar que dois números complexos são iguais se tiverem o mesmo módulo e o seu argumento diferir em $2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. • Fomentar a obtenção de números complexos na forma trigonométrica resultantes de operações entre complexos (potenciação e radiciação), evidenciando a sua interpretação geométrica (casos simples). • Propor a identificação de condições na variável complexa que representam regiões do plano complexo e vice-versa (circunferências, círculos, semirretas, retas e semiplanos).	6
	Operações com números complexos na forma trigonométrica Conjuntos definidos por condições na variável complexa			4